

# LXI олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

## МАТЕМАТИКА, ШКОЛЬНЫЙ ТУР

Таллинн, 4 декабря 2013 года

XI класс

Время, отводимое для решения: 4 часа

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов

Пользоваться калькулятором не разрешается

1. В лыжных гонках Тармо стартует на  $1\frac{1}{3}$  минуты позже Карла. Расстояние, на прохождение которого Карл тратит 1 минуту и 40 секунд, Тармо преодолевает за 1,5 минуты. Сколько минут потребуется Тармо, чтобы догнать Карла?
2. Медиана, проведенная из вершины  $A$  треугольника  $ABC$  лежит на прямой, заданной уравнением  $11x - 9y - 3 = 0$ , а высота, проведенная из вершины  $C$  лежит на прямой, заданной уравнением  $5x + 2y - 15 = 0$ . Вычисли координаты вершин  $A$  и  $C$ , если координаты третьей вершины треугольника  $B(2; -2)$ .
3. Найди цифры  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ , которые удовлетворяют равенству  $\overline{abc} + \overline{dba} = \overline{aa}^2$ .  
(Символом хуз обозначают трехзначные числа, например 353)
4. Точка  $D$  является серединой стороны  $BC$  треугольника  $ABC$ . На стороне  $AB$  треугольника выбрана точка  $E$  так, что  $\angle AEC = \angle BED$ . Выполни вспомогательный чертеж и вычисли отношение длин отрезков  $CE$  и  $DE$  ( $CE : DE$ ).
5. В кругу стоят 2013 участников игры. Участники по очереди произносят одно число начиная от единицы и до 2013 (первый называет число 1, второй – число 2, и т.д. до тех пор, пока последний участник не произнесет число 2013). Если названное число делится нацело на 5, то участник игры выходит из круга. Однако, если в числе содержится цифра 7, то участник игры остаётся в кругу. Если же произносится число, в котром стоят подряд цифры 1 и 3 (то есть число 13), то участник игры покидает круг (даже в том случае, если в числе присутствует цифра 7). Сколько участников игры останется в кругу после того, как каждый назовёт по одному числу?